Partiel du 20/03/2014

Aucun document n'est autorisé
Les calculatrices réglementaires sont autorisées
Durée de l'épreuve : 2h
Le sujet comprend 2 pages au total

Questions de cours

1/ Énoncer le théorème de Gauss sous sa forme locale ainsi que sous sa forme intégrale. Précisez la signification de chaque terme.

2/ Que vaut $\nabla \times \mathbf{E}$, où $\mathbf{E}$ est le champ électrostatique ?

3/ Quel est le champ électrique à l'intérieur d'un conducteur parfait ?

4/ Pour un matériau diélectrique de polarisation $\mathbf{P}$, donner les expressions des densités surfacique et volumique de charges liées. Préciser la signification de chaque terme.

5/ Énoncer le théorème d'Ampère sous sa forme locale ainsi que sous sa forme intégrale. Précisez la signification de chaque terme.

6/ Que vaut $\nabla \cdot \mathbf{B}$, où $\mathbf{B}$ est le champ magnétique ?

7/ Donner le lien entre le champ magnétique $\mathbf{B}$ et le potentiel vecteur $\mathbf{A}$.

8/ Pour un matériau magnétique d'aimantation $\mathbf{M}$, donner les expressions des densités volumique et surfacique de courants liés.

9/ Exprimer le vecteur déplacement électrique $\mathbf{D}$ en fonction du champ électrique et de la polarisation.

10/ Définir en une équation ce que l'on appelle un matériau diélectrique linéaire.

11/ Exprimer le champ auxiliaire $\mathbf{H}$ en fonction du champ magnétique et de l'aimantation.

12/ Définir en une équation ce que l'on appelle un matériau magnétique linéaire.

Exercice 1

On considère une plaque métallique de densité de charge uniforme $+\sigma$ se situant dans le plan $0xy$. L'épaisseur de la plaque est négligeable et on considère que son extension dans le plan xy est infinie.

1/ Déterminer grâce aux symétries du système le champ électrique dans tout l'espace.

On place maintenant une seconde plaque métallique de densité de charge uniforme $-\sigma$ à une distance $z = d$ de la première plaque. Les deux plaques sont parallèles. On néglige également l'épaisseur de la deuxième plaque et son extension dans les directions x et y est infinie.

2/ Quel est le nom d'un tel dispositif ?

3/ Calculer le champ électrique dans tout l'espace. On utilisera la réponse à la question 1/.

4/ En déduire la différence de potentiel électrostatique entre les deux plaques.

5/ On considère que chaque plaque est un rectangle de longueur ℓ et de largeur w, et que les plaques sont séparées d'une distance $d \ll \ell, w$. Calculer la capacité C du dispositif.
Application numérique : $\ell = 3.5\,\mathrm{cm}$, $w = 2\,\mathrm{cm}$, $d = 1\,\mathrm{mm}$. On rappelle que la permittivité du vide $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C}^2/\mathrm{Nm}^2$.

Exercice 2

On considère un cube centré à l'origine dont les arrêtes ont pour longueur a. Le cube est composé d'un matériau diélectrique et porte une polarisation $\mathbf{P} = k\mathbf{r}$, où k est une constante.

1/ Calculer les densités volumiques et surfaciques de charges liées.

2/ Vérifier sur cet exemple que la charge liée totale est nulle.

3/ En considérant maintenant un diélectrique de volume $\mathcal{V}$ de forme quelconque, montrer que la charge liée totale est nulle.

Exercice 3

1/ On considère un fil rectiligne infiniment mince et de longueur infinie dans lequel circule un courant stationnaire I_1. En utilisant les symétries, calculer le champ magnétique à une distance r perpendiculaire au fil.
Application numérique : quelle est la valeur du champ magnétique à une distance $r = 5\,\mathrm{cm}$ si le courant passant dans le fil est $I_1 = 4\,\mathrm{A}$. On rappelle que la perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{N/A^2}$.

2/ On place maintenant un deuxième fil rectiligne infiniment mince et de longueur infinie parallèlement à une distance d du premier, dans lequel un courant I_2 circule en sens *inverse* à I_1. Déterminer la force par unité de longueur que le premier fil exerce sur le second. Cette force est-elle attractive ou répulsive ?

Exercice 4

On considère un fil de longueur infinie et de forme cylindrique, parcouru par un courant libre stationnaire I réparti uniformément en volume. On appelle a le rayon du cylindre. Le fil est composé d'un matériau magnétique linéaire de susceptibilité magnétique χ_{m}.

1/ Déterminer la densité volumique de courant libre J_{f}.

2/ Calculer le champ auxiliaire $\mathbf{H}$ en tout point de l'espace.

3/ En déduire le champ magnétique $\mathbf{B}$ en tout point de l'espace, ainsi que l'aimantation $\mathbf{M}$.

4/ Déterminer tous les courants liés.

5/ Quel est le courant lié total ?

Formulaire

On rappelle qu'en coordonnées cylindriques,

$$\nabla \times \mathbf{v} = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial z}\right]\hat{\mathbf{r}} + \left[\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r}\right]\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(r v_\theta) - \frac{\partial v_r}{\partial \theta}\right]\hat{\mathbf{z}}$$

pour tout champ de vecteur $\mathbf{v} = v_r\,\hat{\mathbf{r}} + v_\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}} + v_z\,\hat{\mathbf{z}}$.