Contrôle continu

Aucun document ni calculatrice ne sont autorisés
Durée de l'épreuve : 30 min

1 Mouvement cyclotron

On considère une particule ponctuelle de masse m et de charge q soumise à un champ magnétique $\mathbf{B} = B\,\hat{\mathbf{z}}$ uniforme et constant orienté selon la direction z. La particule se trouve à l'instant $t = 0$ à l'origine des coordonnées et a une vitesse initiale $\mathbf{v}_0 = v_0\,\hat{\mathbf{y}}$. On rappelle que la force de Lorentz prend la forme

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}.$$

1/ À partir du principe fondamental de la dynamique, déterminez les équations du mouvement de la particule ponctuelle.

2/ Montrez brièvement que le mouvement de la particule se situe dans le plan xy.

3/ Déduire de la question 1/ que les composantes selon x et y de la vitesse, respectivement v_x et v_y, obéissent au système d'équations couplées

$$\dot{v}_x = \omega_c v_y, \tag{1a}$$

$$\dot{v}_y = -\omega_c v_x, \tag{1b}$$

où $\omega_c = qB/m$ est la fréquence cyclotron de la particule.

4/ Résoudre le système d'équation (1).

5/ En déduire la trajectoire $\{x(t), y(t)\}$ de la particule dans le plan xy.

6/ Montrez finalement que le mouvement de la particule est un cercle de rayon $R_c = v_0/\omega_c$.

2 Sphère qui roule

Soit une sphère de rayon R, de masse M, et de densité volumique de masse uniforme ρ.

1/ Montrez que le moment d'inertie par rapport à un axe passant par le centre de la sphère s'écrit

$$I = \beta M R^2,$$

avec β une constante que l'on déterminera. On donne $\int_0^\pi \mathrm{d}x\, \sin^3 x = 4/3$.

2/ La sphère roule sans glisser sur un plan incliné. Le plan incliné fait un angle θ avec l'horizontale. La sphère démarre à l'instant $t = 0$ avec une vitesse initiale nulle. En utilisant la conservation de l'énergie, déterminez la vitesse du centre de masse de la sphère après que celle-ci est parcourue une distance L.