

Examen

Aucun document n'est autorisé. L'usage de la calculatrice est autorisé, mais pas nécessaire.

Durée de l'épreuve : 1h

Le sujet comprend 2 pages au total

1 Mécanique du point

On considère une particule ponctuelle de masse m et de charge q soumise à un champ magnétique $\mathbf{B} = B \hat{\mathbf{z}}$ uniforme et constant orienté selon la direction z . La particule se trouve à l'instant $t = 0$ à l'origine des coordonnées et a une vitesse initiale $\mathbf{v}_0 = v_0 \hat{\mathbf{y}}$. On rappelle que la force de Lorentz prend la forme

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B},$$

où \mathbf{v} est la vitesse de la particule à l'instant t .

- 1/ À partir du principe fondamental de la dynamique, déterminez les équations du mouvement de la particule ponctuelle.
- 2/ Montrez brièvement que le mouvement de la particule se situe dans le plan xy .
- 3/ Dédurre du résultat de la question 1/ que les composantes selon x et y de la vitesse, respectivement v_x et v_y , obéissent au système d'équations couplées

$$\dot{v}_x = \omega_c v_y, \tag{1a}$$

$$\dot{v}_y = -\omega_c v_x, \tag{1b}$$

où $\omega_c = qB/m$ est la fréquence cyclotron de la particule.

- 4/ Résoudre le système d'équations (1).
- 5/ En déduire la trajectoire $\{x(t), y(t)\}$ de la particule dans le plan xy .
- 6/ Montrez finalement que le mouvement de la particule est un cercle de rayon $R_c = v_0/\omega_c$.

2 Mécanique du solide

On considère deux disques de même masse M et de même épaisseur e . Le disque 1, dont on note le rayon R_1 , a une densité volumique de masse uniforme ρ_1 inférieure à celle du disque 2, que l'on note ρ_2 . On appelle R_2 le rayon du disque 2.

- 1/ Calculer les moments d'inertie I_1 et I_2 des deux disques par rapport à leurs axes de révolution. On précisera soigneusement sur un schéma le système de coordonnées employé dans le calcul.
- 2/ Lequel des deux moments d'inertie est le plus grand ?

3 Relativité restreinte

- 1/ Énoncer les deux postulats d'Einstein.
- 2/ On considère un wagon en mouvement rectiligne uniforme horizontal par rapport au référentiel du sol. On note v sa vitesse par rapport à ce référentiel. À l'instant $t = 0$, on allume une ampoule dans le wagon située à une hauteur h du plancher du train.

- (a) Quel est le temps que met un photon de vitesse c (vitesse de la lumière dans le vide) émis par la lampe dont la trajectoire va en ligne droite de l'ampoule au point situé directement à la verticale de la lampe (i) pour un observateur dans le référentiel du train (on appellera ce temps \bar{t}) et (ii) pour un observateur immobile par rapport au sol (on appellera ce temps t) ?
- (b) En déduire une expression reliant t et \bar{t} . Comment s'appelle ce phénomène physique ? Commenter la limite classique ($v \ll c$) et la limite ultra-relativiste ($v \simeq c$).
- 3/ Les muons ont un temps de vie de 2×10^{-6} s mesuré par rapport au référentiel du muon (référentiel propre). Un muon passe devant un expérimentateur à la vitesse de $3c/5$, où c est la vitesse de la lumière. Quel est le temps de vie (en secondes) du muon dans le référentiel de l'expérimentateur ?