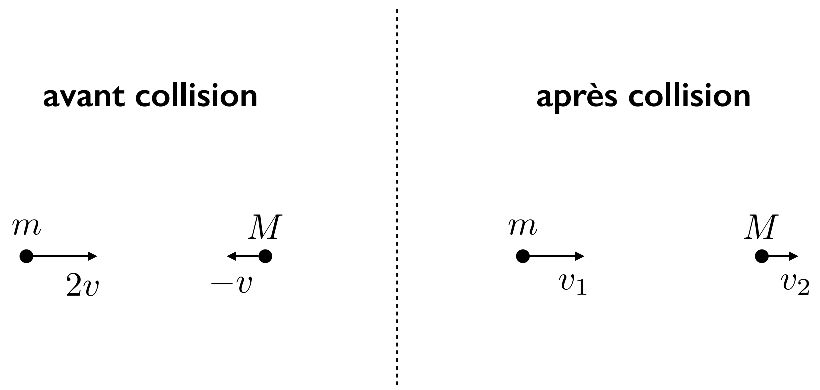
Contrôle continu

Aucun document ni calculatrice ne sont autorisés
Durée de l'épreuve : 30 min
Le sujet contient 2 pages au total

1 Collision élastique de deux masses ponctuelles

On considère le choc élastique unidimensionnel de deux particules non-relativistes, considérées comme ponctuelles, de masse m et M, respectivement. Avant le choc des deux particules, la masse m en mouvement rectiligne uniforme vers la droite a une vitesse $2v$, alors que la masse M (en mouvement rectiligne uniforme vers la gauche) a une vitesse $-v$. On appelle v_1 et v_2 les vitesses des particules de masses m et M après le choc (voir figure ci-dessous). Le but de l'exercice est de déterminer v_1 et v_2. Dans la suite, on néglige l'attraction gravitationnelle. On suppose que l'« expérience » a lieu dans le vide.



1/ Quelles sont les deux lois de conservation à utiliser pour résoudre ce problème ? Écrire les deux équations correspondantes en fonction de m, M, v, v_1 et v_2.

2/ À partir du système de deux équations à deux inconnues déterminé à la question 1/, calculer les vitesses v_1 et v_2 après le choc.

3/ Quelles sont les valeurs de v_1 et v_2 dans les cas limites suivants :

(i) $m \ll M$

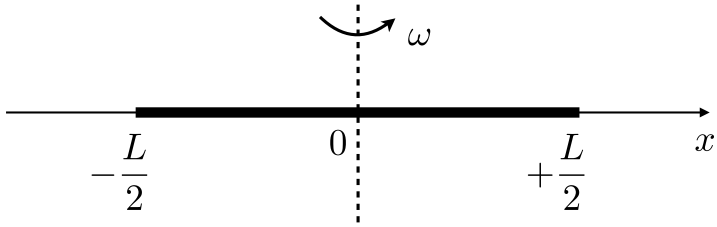
(ii) $m \gg M$

(iii) $m = M$

4/ À quelle condition la particule de masse m s'arrête-t'elle au moment du choc ? Quelle est alors la vitesse de la particule de masse M ?

2 Moment d'inertie

On considère une barre de longueur L et infiniment fine orientée selon l'axe x en rotation par rapport à un axe perpendiculaire à celle-ci et passant par le centre de la barre à une vitesse angulaire ω. On place l'origine des coordonnées au milieu de la barre (voir figure ci-dessous).



1/ On considère dans un premier temps que la barre possède une densité linéique de masse $\lambda(x) = \lambda_0$ *uniforme*, où λ_0 est une constante.

a/ Quelle est la dimension de λ_0 ?

b/ Où se situe le centre de masse de la barre ?

c/ Quelle est la masse M de la barre ?

d/ Déterminer le moment d'inertie I de la barre par rapport à l'axe de rotation en fonction de M et L.

e/ Déterminer le moment cinétique $\mathcal{L}$ (ou « moment angulaire ») de l'objet par rapport à l'origine en fonction de M, L et ω.

f/ Déterminer l'énergie cinétique T de l'objet en fonction de M, L et ω.

2/ On considère maintenant que la densité linéique de masse de la barre est *non-uniforme* et donnée par $\lambda(x) = \alpha x^2$, où α est une constante.

a/ Quelle est la dimension de α ?

b/ Où se situe le centre de masse de la barre ?

c/ Quelle est la masse M de la barre ?

d/ Déterminer le moment d'inertie I de la barre par rapport à l'axe de rotation en fonction de M et L.