

Examen de rattrapage

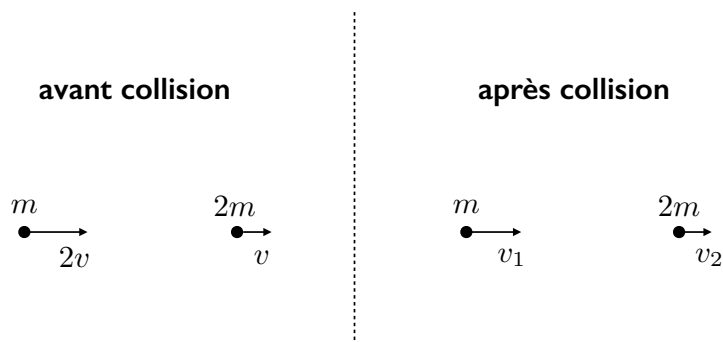
Aucun document, téléphone portable, ni calculatrice ne sont autorisés

Durée de l'épreuve : 1 h

Le sujet comprend 2 pages au total

Exercice 1

On considère le choc élastique unidimensionnel de deux particules non-relativistes de masse m et $2m$, considérées comme ponctuelles. Avant le choc des deux particules, la masse m de gauche en mouvement rectiligne uniforme vers la droite a une vitesse $2v$, alors que la masse $2m$ de droite (en mouvement rectiligne uniforme également vers la droite) a une vitesse v . On appelle v_1 et v_2 les vitesses des particules de gauche et droite après le choc, avec v_1 et v_2 comptées positives vers la droite (voir figure ci-dessous). Dans la suite, on néglige l'attraction gravitationnelle entre les deux masses et on suppose que la collision a lieu dans le vide.



Question : Calculez les vitesses v_1 et v_2 des deux particules après le choc.

Exercice 2

On considère le système de la Fig. 1 : un pendule, constitué d'une tige rigide de longueur l dont on néglige la masse, et d'une masse ponctuelle m , est accroché à un support de masse M libre de glisser sans frottement sur un rail horizontal.

- Écrire le lagrangien $\mathcal{L}(x, \theta, \dot{x}, \dot{\theta})$ du système en fonction des coordonnées généralisées x et θ .
- Déterminez les équations du mouvement.
- Résoudre les équations du mouvement pour des conditions initiales quelconques dans la limite des petits angles ($\theta \ll 1$).

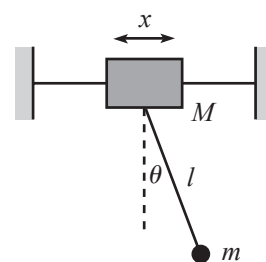


FIGURE 1

Exercice 3

Un rectangle uniforme de masse m , de hauteur $2a$ et de largeur $2b$ se trouve au repos au sommet d'un cylindre fixe de rayon R (voir Fig. 2). On donne alors une pichenette infinitésimale au rectangle, afin que celui-ci « roule » sur le cylindre. La friction entre le rectangle et le cylindre est telle que le rectangle ne glisse pas sur le cylindre.

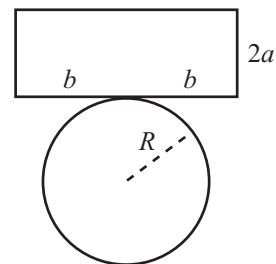


FIGURE 2

- Soit I le moment d'inertie du rectangle par rapport à l'axe de rotation perpendiculaire au rectangle et passant par son centre de masse. Calculez I et exprimez votre résultat en fonction de m , a , et b .
- Déterminez la position du centre de masse du rectangle en fonction des paramètres du problème et de l'angle θ que fait le point de contact cylindre-rectangle et la verticale par rapport au centre du cylindre.
- En déduire le lagrangien du système.
- Déterminez l'équation du mouvement du rectangle.
- À quelle condition le rectangle va-t-il effectuer des oscillations autour d'une position d'équilibre ? Déterminez dans ce cas la fréquence des petites oscillations autour du point d'équilibre. À quelle condition le rectangle va-t-il tomber du cylindre ?